

Feuille 3 : Tests d'hypothèses

Allan Merino

DUT Mesures Physiques, Metz - Mars 2016

Exercice 1

La législation en vigueur impose aux aéroports une intensité maximum de bruit égale à 80 décibels au décollage et à l'atterrissage des avions. Au-delà de cette limite, l'aéroport doit indemniser les riverains. On admet que la variable X dont les valeurs représentent l'intensité du bruit causé par un avion d'un certain type obéit à un loi $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$. Les habitants d'un village proche de l'aéroport assurent que la limite de 80 décibels est dépassée en moyenne et demandant une expertise. On décide de faire au seuil 1 pourcent le test :

$$H_0 : m = 80 \quad H_1 : m < 80.$$

On suppose que σ est connu et égal à 7.

1. Montrer que le test préserve les intérêts des riverains, le risque d'autoriser à voler des avions trop bruyants étant maîtrisé. Préciser à quoi correspond le risque de type II .
2. On enregistre atterrissages-décollages sur un échantillon de 40 avions du type considéré. Sous l'hypothèse H_0 , quelle est la loi de \bar{X} ? Déterminer la région d'acceptation de H_0 au seuil de 1 pourcent. Préciser la règle de décision du test.
3. La compagnie commercialisant ce type d'avions affirme que l'intensité moyenne du bruit occasionné par ces avions est de 78 décibels (avec un écart-type de 7). Si cette affirmation est vraie, quelle est la probabilité, pour l'aéroport, de verser à tort des indemnités aux riverains à la suite du test ?
4. L'échantillon de 40 enregistrements a donné une intensité moyenne de 79 décibels. Quelle est la conclusion du test au seuil de 1 pourcents ?
5. Quel doit être le nombre minimal d'enregistrement à effectuer pour que, dans ce test, les risques soient les suivants :
 - (a) les riverains ne perçoivent pas l'indemnité qui leur est due, avec une probabilité au plus égale à 0,01.
 - (b) la vraie valeur de m est bien de 78 décibels comme l'affirme la compagnie, et l'aéroport verse (à tort) des indemnités aux riverains avec une probabilité au plus égale à 0,05.

Exercice 2

On prélève dans la production d'une machine un échantillon de 100 tiges métalliques. La moyenne des longueurs des tiges de cet échantillon est 100,04 centimètres avec un écart-type de 0,16 centimètres. La machine est réglée en principe pour obtenir des tiges de 100 centimètres.

1. Au risque de 5 pourcent, peut-on dire que la machine est bien réglée ?
2. Reprendre la question précédente avec un risque de 1 pourcent.

Exercice 3

Le tableau suivant donne les fréquences observées lors de 120 parties de dés et les fréquences théoriques correspondantes.

Face	1	2	3	4	5	6
Fréquence observée	25	17	15	23	24	16
Fréquence théorique	20	20	20	20	20	20

Tester l'hypothèse que le dé est parfait au seuil de 0,05 pourcent.

Exercice 4

Une table de nombres aléatoires constituée de 250 chiffres a donné la distribution suivante pour les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Face	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Fréquence observée	17	31	29	18	14	20	35	30	20	36
Fréquence théorique	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25

Est-ce que la distribution observée diffère significativement de la distribution théorique ?

Exercice 5

On a effectué le croisement de balsamines blanches avec des balsamines pourpres. En première génération, les fleurs sont toutes propres. On obtient en deuxième génération quatre catégories avec les effectifs suivants :

Couleurs	Pourpre	Rose	Bland lavande	Blanc
Effectifs	1790	547	548	203

Peut-on accepter l'hypothèse de répartition mendélienne $\left(\frac{9}{16}, \frac{3}{16}, \frac{3}{16}, \frac{1}{16}\right)$ au risque $\alpha = 0,05$ pourcent ?